**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**
**3ª Lista de Cálculo Numérico**

**1ª )** Ajustar os dados abaixo à equação $z = \dfrac{1}{1+e^{(ax+b)}}$ :

| x | 0 | 0,20 | 0,50 | 0,60 | 0,80 | 1,10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| z | 0,06 | 0,12 | 0,30 | 0,60 | 0,73 | 0,74 |

**2ª )** Aproximar $f(x) = \sqrt[3]{x}$ no intervalo $[0\ ,\ 1]$ por um polinômio de terceiro grau, usando os valores de $x$ com incremento de 0,1.

**3ª )** O número de bactérias, por unidade de volume, existente em uma amostra após $x$ horas é apresentado na tabela:

| $x$ (no. de horas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ (no. de bactérias por volume) | 32 | 47 | 65 | 92 | 132 | 190 | 275 |

**a)** Verifique se o tipo de curva exponencial ajusta-se aos resultados experimentais (use o diagrama de dispersão)
**b)** Ajuste os dados às curvas $y = a b^x$ e $y = a\, x^b$ , compare os valores obtidos por meio destas equações com os dados experimentais;
**c)** Avalie da melhor forma o número de bactérias por volume após 7 horas.

**4ª )** A produção de aço (em milhões de toneladas) de certo país está abaixo indicada:

| Anos | 1960 | 1961 | 1962 | 1963 | 1964 | 1965 | 1966 | 1967 | 1968 | 1969 | 1970 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| produção | 66,6 | 84,9 | 88,6 | 78,0 | 96,8 | 105,2 | 93,2 | 111,6 | 88,3 | 117,0 | 115,2 |

**a)** Utilizando o método dos quadrados mínimos, determinar a equação de uma reta que se ajuste aos dados;
**b)** Avaliar a produção de aço durante o ano de 1971.

**5ª )** Aproxime a função $f(x) = x^3 + x$ no intervalo $[0\ ,\ 1]$ :

**a)** por uma reta;

**b)** por uma função do tipo $\varphi(x) = \alpha\, x^2$ .

Nos dois casos, utilize o Método dos Quadrados Mínimos.

**6ª)** Dada a tabela

| *x* | *0.00* | *0.10* | *0.50* | *1.00* | *1.50* |
|---|---|---|---|---|---|
| *f(x)* | *2.00* | *2.22* | *3.72* | *8.39* | *21.08* |

suponha que o ajuste dos pontos seja feito pelo Método dos Quadrados Mínimos (MQM) com uma função do tipo $Q(x) = Q(x;\ a_1,\ a_2) = a_1 g_1(x) + a_2 g_2(x)$. Faça o diagrama de dispersão e indique qual das funções abaixo fornecerá o melhor ajuste:

a) $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = e^x$; b) $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = 1/x$; c) $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = sen(x)$

**7ª)** Uma função da forma $\varphi(x) = y^*/(b.e^{(-ax)} + 1)$ ($y^*$: constante dada; $a$ e $b$: parâmetros a serem determinados) é utilizada para ajustar os pontos $(x_i, y_i)$ de uma tabela; $\varphi(x_i) \approx y_i$. Este é um modelo não linear de ajuste de curva. Para simplificar o ajuste, será utilizado o método dos quadrados mínimos (MQM) em um problema linearizado, ou seja, será preciso modificar os pontos da tabela, levando-se em consideração os pontos $z_i = T(y_i)$.

i) Obtenha a linearização, $T$, adequada para este problema.
ii) O sistema linear resultante terá quantas equações? Justifique.

**8ª)** Considere os pontos a seguir.

| $x$ | $-1.0$ | $0.0$ | $1.0$ | $2.0$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $1.7321$ | $1.0$ | $1.7321$ | $3.0$ |

Estes pontos serão ajustados por uma função do tipo $Q(x) = Q(x; a,b) = a\,(1 + bx^2)^{1/2}$. Observe que $Q(x)$ não é linear nos parâmetros $a$ e $b$. Para que o MQM linear seja utilizado, deve-se linearizar o problema.

i) Justifique porquê a transformação $T(y) = y^2$ é adequada para linearizar o problema. Quais serão os novos parâmetros?

ii) Calcule os termos independentes associados ao problema linearizado.

iii) Estime o valor de $f(1.5)$ sabendo que $p_1 = 1.000113$ e $p_2 = 1.99998$ são os novos parâmetros associados às funções $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = x^2$, respectivamente.

**9ª)** Uma função da forma $\varphi(x) = 20 + [1/(a + bx)]$ é utilizada para ajustar os pontos de uma tabela, $\varphi(x_i) \approx y_i$. Este é um caso não linear de ajuste de curva. Para utilizarmos o método dos quadrados mínimos precisamos modificar a tabela que deve levar em consideração os pontos $z_i = F(y_i)$.
i) Obtenha a linearização, $F$, adequada para este problema.
ii) O sistema linear resultante terá quantas equações?